

Komputerowe wspomaganie konstrukcji modelu geometrycznego podstawowych elementów morfologicznych jaja strusiego

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę matematycznego modelowania kształtu jaj strusich. Określono następujące cechy geometryczne charakteryzujące jaja strusie: długości osi długiej i krótkiej, indeks kształtu, długości średnic wpisanych w wzdłużny kontur wzdłuż osi długiej w szerszej i węższej części jaja, stosunek tych średnic i odległość między ich środkami. Bryłę jaja złożono z powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej skorupy, powierzchni zewnętrznej żółtka i powierzchni komory powietrznej. W modelu matematycznym do opisu kształtu elementów morfologicznych jaja strusiego zastosowano krzywą Béziera, którą obracano względem osi Z układu współrzędnych, a uzyskane powierzchnie skalowano. Krzywe Béziera opisywały linie połowy konturów wzdłużnych przekrojów skorupy, żółtka i komory powietrznej jaja. Opracowany model matematyczny może służyć do generowania brył 3D podobnych pod względem kształtu i podstawowych wymiarów jaj strusich. W modelu matematycznym istnieje możliwość zmiany wartości długości osi długiej i krótkiej jaja oraz współrzędnych punktów węzłowych i kontrolnych krzywych Béziera opisujących linie połowy konturów wzdłużnego przekroju elementów morfologicznych jaja strusiego.

Słowa kluczowe: jaja strusie, kształt, cechy geometryczne, model matematyczny

Design computer-aided geometric model basic morphological elements ostrich eggs

Summary

The paper presents a method of mathematical modeling of the shape of an ostrich egg. Identified the following geometric features characterizing ostrich eggs: the length of long and short axis, the shape index, length of diameters in the longitudinal outline inscribed along the long axis of the broader and narrower parts of the egg, the ratio of the diameter and the distance between the centers of these diameters. The lump of eggs lodged from the outer surface and the inner shell, the outer surface of the yolk and the surface of the air chamber. The mathematical model to describe the shape of the morphological elements ostrich eggs Bézier curve is used which rotates relative to the axis of the coordinate system, and the resulting surfaces were scaled. Bézier curves describe the contours mid-line of the longitudinal shell, egg yolks and egg air chamber. The mathematical model can be used to generate 3D solids are similar in shape and basic dimensions of ostrich eggs. In the mathematical model it is possible to change the length of the long axis and short eggs and nodal controlling and control Bézier lines describing the contours of the longitudinal mid-section morphological elements ostrich eggs.

Key words: ostrich eggs, the shape of the geometric features, a mathematical model

Wykaz oznaczeń

D_d – długość osi długiej, [mm],
 D_k – długość osi krótkiej, [mm],
 d_1 – długość średnicy okręgu wpisanego w kontur wzdłużny wzdłuż osi długiej w szerszej części jaja, [mm],
 d_2 – długość średnicy okręgu wpisanego w kontur wzdłużny wzdłuż osi długiej w węższej części jaja, [mm],
 es – grubość skorupy, [mm],
 h – odległość od najniższego punktu żółtka do najniższego punktu skorupy jaja, [mm],
 h_{KP} – odległość od najniższego punktu komory powietrznej do najniższego punktu skorupy jaja, [mm],
 i – liczba wierszy w macierzy,
 j – liczba kolumn w macierzy,
 L – odległość między środkami średnic okręgów wpisanych w kontur wzdłużny wzdłuż osi długiej jaja, [mm],
 LM – współczynnik zaokrąglenia,

N – rozmiar macierzy,
 $xSz1, zSz1, xSz4, zSz4$ – współrzędne punktów węzłowych krzywej Béziera dla zewnętrznego konturu skorupy jaja, [mm],
 $xSz2, zSz2, xSz3, zSz3$ – współrzędne punktów kontrolnych krzywej Béziera dla zewnętrznego konturu skorupy jaja, [mm],
 $xSw1, zSw1, xSw4, zSw4$ – współrzędne punktów węzłowych krzywej Béziera dla wewnętrznego konturu skorupy jaja, [mm],
 $xSw2, zSw2, xSw3, zSw3$ – współrzędne punktów kontrolnych krzywej Béziera dla wewnętrznego konturu skorupy jaja, [mm],
 $xZ1, zZ1, xZ4, zZ4$ – współrzędne punktów węzłowych krzywej Béziera dla zewnętrznego konturu żółtka jaja, [mm],
 $xZ2, zZ2, xZ3, zZ3$ – współrzędne punktów kontrolnych krzywej Béziera dla zewnętrznego konturu żółtka jaja, [mm],
 $xKP1, zKP1, xKP4, zKP4$ – współrzędne punktów węzłowych krzywej Béziera dla komory powietrznej jaja, [mm],
 $xKP2, zKP2, xKP3, zKP3$ – współrzędne punktów kontrolnych krzywej Béziera dla komory powietrznej jaja, [mm].

Wstęp

Hodowla strusi rozwija się zarówno w Polsce jak i na świecie (Horbańczuk i in. 1997; 2009; Rizzi i in. 2002). Kształt jaj należy do parametrów jakościowych ocenianych przez klientów. Cechy geometryczne jaj, w tym i kształt odgrywa-

ją znaczącą rolę podczas projektowania maszyn i urządzeń wykorzystywanych w ich produkcji i przetwarzaniu i są ważne dla przemysłu drobiowego (Narushin 2005).

Od jednej samicy można pozyskać ok. 40 jaj. Rizzi i in., (2002) twierdzą, że wymiary jaj strusich pozytywnie wpływają na

masę piskląt wyklutych podczas inkubacji. Z badań Mushi i in., (2007) wynika, że średnia długość osi długiej jaja strusiego wynosi 157,7 mm, a średnia długość osi krótkiej 128,8 mm, a według Nedomova i in., (2013) średnia długość osi długiej jaja strusiego wynosi 148 mm, a średnia długość osi krótkiej 120 mm. Dokładny opis profili jaj strusich stanowi dobre narzędzie do analizy ich kształtu na użytek rozwiązywania problemów technicznych przy projektowaniu urządzeń transportujących jaja wewnątrz hal produkcyjnych. Nedomová i Buchar (2013), Nedomová i in. (2013), Nedomová i in. (2009) przedstawili nowe podejście do geometrii jaj strusich stosując analizę zdjęć cyfrowych bazującą na technikach wykrywania krawędzi. Według Romanoffa i in. (1949) duża zmienność kształtów jaj jest podstawowym problemem matematycznego opisu ich kształtu. Pogląd ten obecnie nie traci na aktualności. Do opisu kształtu jaja jest stosowany indeks kształtu będący stosunkiem jego długości krótkiej osi do długości długiej osi. Narushin (1997, 2001) opisywał profile jaj równaniami elipsydy lub elipsy.

Według Nedomová i Buchar (2013) linia opisująca kontur jaja na końcach osi długiej oraz maksymalna długość osi krótkiej jaja, powierzchnia skorupy i objętość jaja nie zależą od wartości indeksu kształtu. Do chwili obecnej nie osiągnięto jednak wystarczającej dokładności w opisie cech geometrycznych, w tym i kształtu jaj strusich. Zachodzi więc potrzeba poszukiwania metod opisu kształtu jaj strusich o dokładności akceptowalnej w przemyśle drobiowym. Na użytek oceny jakości jaj należy opracować metody dokładnego określenia ich kształtu.

Celem pracy było opracowanie współczynnika zaokrąglenia jaj oraz matematycznego modelu kształtu bryły jaja strusiego złożonej z powierzchni skorupy, żółtka i komory powietrznej stosując parametryczne równania krzywej Béziera.

Materiał i metoda

Materiałem do badań były jaja strusie z farm strusich z rejonu Pomorza oraz Warmii i Mazur, które sfotografowano. Do badań wybrano fotografie (JPG) różnych pod względem kształtu jaj strusich z odniesioną skalą. Fotografie poddano obróbce w programie komputerowym Picture Publisher. Zmierzono długości osi długiej i krótkiej, długości średnic okręgów wpisanych w wzdłużny kontur wzdłuż osi długiej w szerszej i węższej części jaja, do tego celu wykorzystano program komputerowy CorelDraw. Obliczono stosunek długości średnic tych okręgów. Wyznaczono indeks kształtu. Model bryły jaja strusiego, wykorzystując model matematyczny opracowany w programie komputerowym Mathcad, złożono z modeli powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej skorupy, powierzchni zewnętrznej żółtka i powierzchni komory powietrznej. W modelu matematycznym do opisu kształtu elementów morfologicznych jaja strusiego zastosowano krzywą Béziera, którą obracano względem osi z układu współrzędnych, a uzyskane powierzchnie skalowano (wzory 15, 16, 17, 20, 21, 22, 25, 26, 27). Krzywe Béziera opisywały linie połówek konturów wzdłużnych przekrojów skorupy, żółtka i komory powietrznej jaja. Do wyznaczania i pomiarów wzdłużnych konturów skorupy, żółtka i komory powietrznej zastosowano program komputerowy CorelDraw. Podstawowe obliczenia wykonano w programie komputerowym Excel. Wizualizacji modelu 3D bryły jaja dokonano za pomocą programu komputerowego

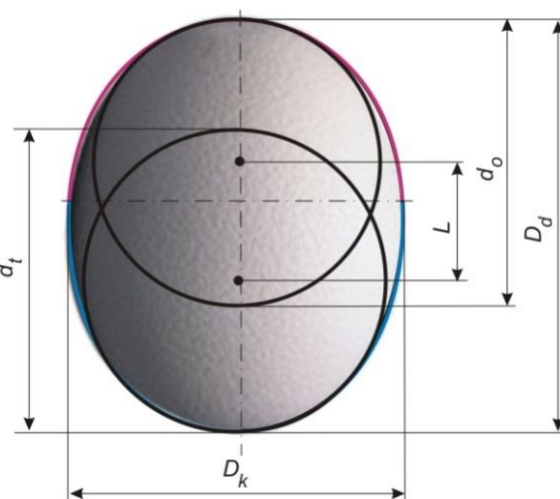
Mathcad. Charakterystyczne wymiary do opisu cech geometrycznych jaj strusich zamieszczono na rysunku 1. Na rysunku 2 zamieszczono schemat oznaczeń dla krzywych Béziera opisujących połowy konturów skorupy jaja strusiego. Schemat oznaczeń krzywej Béziera opisującej połowę konturu żółtka jaja strusiego zamieszczono na rysunku 3. Na rysunku 4 przedstawiono oznaczenia połowy konturu komory powietrznej jaja strusiego.

Współczynnik zaokrąglenia obliczono stosując wzór (1).

$$LM = \frac{d_o}{d_t} \quad (1)$$

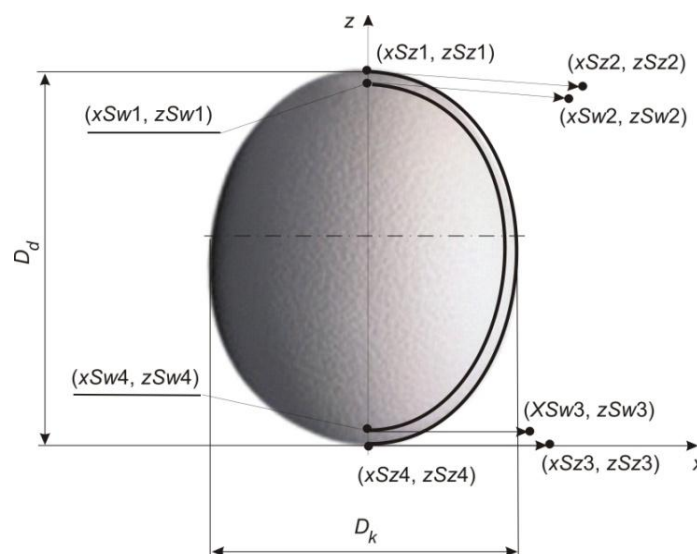
Odległość między środkami wpisanych okręgów w kontur jaja wzdłuż jego osi długiej obliczono na podstawie wzoru (2).

$$L = Dd \left(\frac{d_o}{2} + \frac{d_t}{2} \right) \quad (2)$$



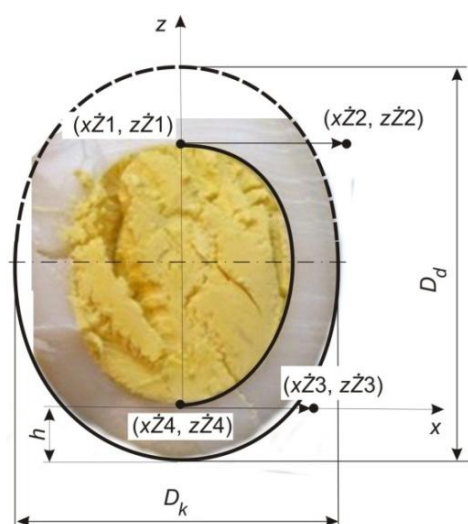
Rys. 1. Oznaczenia wymiarów jaja strusiego

Fig. 1. Designation of ostrich eggs dimensions



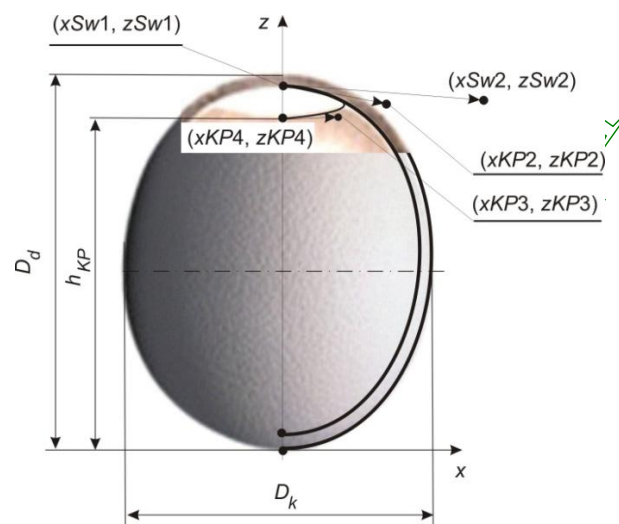
Rys. 2. Oznaczenia krzywych Béziera opisujących połowę wzdłużnych konturów skorupy jaja strusiego

Fig. 2. Designations of the Bézier curves describing the halves of longitudinal contours of ostrich egg shell



Rys. 3. Oznaczenia krzywej Béziera opisującej połowę wzdłużnego konturu żółtka jaja strusiego

Fig. 3. Designations of the Bézier curve describing the half contour of ostrich egg yolk



Rys. 4. Oznaczenia krzywej Béziera opisującej połowę konturu komory powietrznej jaja strusiego

Fig. 4. Designations of the Bézier curve describing the half contour of ostrich egg air chamber

Wyniki i dyskusja

Tabela 1. Geometryczna charakterystyka wybranych jaj strusich

Table 1. Geometric characteristics of selected ostrich eggs

Nr jaja; No eggs	Długość osi długiej; The length of the long axis	Długość osi krótkiej; The length of the short axis	Indeks kształtu; Shape index	Odległość między środkami wpisanych okręgów w kontur jaja wzdłuż osi długiej; The distance between the centers of the circles inscribed in the contour of the egg along the long axis	Długość średnicy wpisanego okręgu po szerszej stronie konturu jaja; Diameter length of the circle inscribed in the wider side of the contour eggs	Długość średnicy wpisanego okręgu po węższej stronie konturu jaja; Diameter length of the circle inscribed on the narrower side of the contour eggs	Współczynnik Zaokrąglenia; Coefficient of rounding
	D_d [mm]	D_k [mm]	D_k/D_d	L [mm]	d_t [mm]	d_o [mm]	d_o/d_t
1	158,4	126,9	0,8	45,7	114,7	110,7	0,96
2	151,3	124,7	0,82	41,9	116,1	102,6	0,88
3	142,4	114,5	0,8	46,8	104,4	86,8	0,83
4	147,6	116,3	0,79	57,2	100,3	80,5	0,8
5	137,7	104,1	0,76	61,6	84,6	67,5	0,8
6	159,7	128	0,8	59,1	115,2	85,9	0,75
7	155,3	122,4	0,79	59,4	103,5	88,2	0,85
8	149,6	126	0,84	55,3	102,1	86,4	0,85
9	152,7	124,2	0,81	52,8	104,4	95,4	0,91
10	140,5	125,4	0,89	38,4	104,3	99,9	0,96
11	134,4	120,4	0,9	36,7	103,5	91,8	0,89
12	142,2	113	0,79	53,3	91,8	85,9	0,94
13	145,9	103,6	0,71	62,8	93,6	72,5	0,77
14	148,5	106,1	0,71	77,6	86,8	54,9	0,63
15	149,4	109,2	0,73	79,9	100,3	38,7	0,39
16	137,7	114,9	0,83	41,6	105,3	86,8	0,82
17	144,7	130,8	0,9	30,4	122,8	110,7	0,97
18	156	129	0,83	39,2	116,1	112,5	0,9

W tabeli 1 zamieszczono dane podstawowych cech geometrycznych jaj strusich. Indeks kształtu, jako miara wydłużenia jaja może być stosowany do oceny kształtu dla jaj, których promienie zaokrąglenia na końcach osi długiej są takie same. Takim warunkom odpowiadają jaja zbliżone kształ-

tem do elipsoidy. W celu uszczegółowienia opisu kształtu jaj, zaproponowano współczynnik zaokrąglenia jaj, będący stosunkiem długości średnicy okręgu wpisanego w wzdłużny kontur, wzdłuż osi długiej, w węższej części jaja do długości średnicy okręgu wpisanego w wzdłużny

kontur, wzdłuż osi długiej, w szerszej części jaja oraz odległości między środkami tych okręgów (rys. 1). Z analizy cech geometrycznych jaj o numerach 1, 3, 6, dla których indeks kształtu jest taki sam i wynosi 0,8, wynika, że wartości współczynników zaokrąglenia są różne i wynoszą odpowiednio 0,96; 0,83; 0,75. Różnice wartości współczynników zaokrąglenia występują również dla jaj o numerach 4, 7, 12 (indeks kształtu równa się 0,79 a współczynnik zaokrąglenia wynosi odpowiednio 0,8; 0,85; 0,94). W przypadku jaj o kształcie gruszkowatym (indeksie kształtu 0,71 – 0,73) współczynnik zaokrąglenia wynosi 0,39 – 0,63. Do dokładnej oceny kształtu jaja nie wystarcza podanie wartości indeksu kształtu, na podstawie którego ocenia się czy jego kształt zbliżony jest do kuli (wartość indeksu kształtu jest bliska 1), czy też do elipsoidy (wartość indeksu kształtu jest mniejsza od 1). Wprowadzenie dodatkowo współczynnika zaokrąglenia umożliwia ocenić, czy promienie zaokrąglenia końców jaja wzdłuż jego długiej osi mają tę samą wartość, czy się różnią. Ze wzoru (1) wynika, że jeżeli wartość współczynnika zaokrąglenia LM jest bliska 1, to jajo ma kształt zbliżony do elipsoidy. Jeżeli wartość LM jest mniejsza od 1, to promienie zaokrąglenia są różne, wówczas kształt jaja nie jest elipsoidalny.

Długości osi długiej i krótkiej, grubość skorupy, odległość od najniższego punktu żółtka do najniższego punktu skorupy jaja i odległość od najniższego punktu komory powietrznej do najniższego punktu skorupy jaja zamieszczono w wektorze (3). Wartości współrzędnych punktów węzłowych i kontrolnych krzywej Béziera opisującej linię połowy zewnętrznego konturu wzdłużnego przekroju skorupy jaja zamieszczono w macierzy (4). Dla wewnętrznego konturu wzdłużnego przekroju skorupy jaja podobne wartości zamieszczono w macierzy (5). W macierzy (6) zamieszczono wartości współrzędnych punktów węzłowych i kontrolnych krzywej Béziera opisującej linię połowy zewnętrznego konturu wzdłużnego przekroju żółtka, a w macierzy (7) komory powietrznej jaja.

Wartości zamieszczone w wektorze (3), macierzach (4, 5, 6, 7) pochodzą z pomiarów i decydują o kształcie modelowanej bryły jaja.

$$\begin{bmatrix} D_d \\ D_k \\ es \\ h \\ hKP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 158,4 \\ 126,9 \\ 2,3 \\ 23,2 \\ 141,5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} xSz1 & zSz1 \\ xSz2 & zSz2 \\ xSz3 & zSz3 \\ xSz4 & zSz4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & D_d \\ 90 & 147,1 \\ 75,1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} xSw1 & zSw1 \\ xSw2 & zSw2 \\ xSw3 & zSw3 \\ xSw4 & zSw4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & D_d - es \\ 83 & 149,4 \\ 76,3 & 6,7 \\ 0 & es \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} xZ1 & zZ1 \\ xZ2 & zZ2 \\ xZ3 & zZ3 \\ xZ4 & zZ4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 125,8 \\ 65,7 & 125,1 \\ 53,3 & 23,6 \\ 0 & h \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} xKP1 & zKP1 \\ xKP2 & zKP2 \\ xKP3 & zKP3 \\ xKP4 & zKP4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & D_d - es \\ 38,2 & 146,3 \\ 20,6 & 143,3 \\ 0 & hKP \end{bmatrix} \quad (7)$$

Liczbę wierszy i kolumn macierzy, w których są zawarte wartości współrzędnych modelowanych powierzchni elementów morfologicznych jaja określono zmiennymi indeksowymi (wrażenie 8).

$$i = j = 0 \dots N \quad (8)$$

Kąt obrotu krzywej Béziera jest opisany niżej zamieszczonym wzorem (9).

$$s_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{N} \quad (9)$$

W celu uzyskania powierzchni obrotowej reprezentującej jajo strusie krzywe Béziera obrócono względem osi Z układu współrzędnych wykorzystując równania (10), (11) i (12).

$$Xka_{i,j} = xk_i \cdot \sin(s_j) \quad (10)$$

$$Yka_{i,j} = xk_i \cdot \cos(s_j) \quad (11)$$

$$Zka_{i,j} = zk_i \quad (12)$$

W równaniach (10, 11, 12) w miejsce k podstawia się z dla zewnętrznej powierzchni skorupy, w dla wewnętrznej powierzchni skorupy, Z dla powierzchni żółtka, KP dla powierzchni komory powietrznej.

Macierzowe równania współrzędnych punktów krzywej Béziera będącej połową konturu wzdłużnego zewnętrznej powierzchni skorupy jaja strusiego mają postać (13) i (14).

$$\begin{aligned} xzi &= xSz1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + xSz2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + \\ &+ xSz3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + xSz4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} zzi &= zSz1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + zSz2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + \\ &+ zSz3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + zSz4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \end{aligned} \quad (14)$$

W celu uzyskania zadanych wymiarów (D_d , D_k) modelu jaja strusiego należy dokonać skalowania. Wyskalowane macierzowe równania współrzędnych XSz , YSz , ZSz punktów węzłowych siatki powierzchni opisującej kształt zewnętrzny skorupy jaja strusiego mają postać równań (15), (16) i (17).

$$XSz = \frac{D_k}{\max(Xza) - \min(Xza)} \cdot Xza \quad (15)$$

$$YSz = \frac{D_k}{\max(Yza) - \min(Yza)} \cdot Yza \quad (16)$$

$$ZSz = \frac{D_d}{\max(Zza) - \min(Zza)} \cdot Zza \quad (17)$$

Macierzowe równania współrzędnych punktów krzywej Béziera będącej połową konturu wzdłużnego wewnętrznej powierzchni skorupy jaja strusiego mają postać (18) i (19).

$$xw_i = xSw1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + xSw2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + xSw3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + xSw4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \quad (18)$$

$$zw_i = zSw1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + zSw2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + zSw3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + zSw4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \quad (19)$$

Wyskalowane macierzowe równania współrzędnych XSw , YSw , ZSw punktów węzłowych siatki powierzchni opisującej kształt wewnętrzny skorupy jaja strusiego mają postać (20), (21) i (22).

$$XSw = \frac{D_k - 2 \cdot es}{\max(Xwa) - \min(Xwa)} \cdot Xwa \quad (20)$$

$$YSw = \frac{D_k - 2 \cdot es}{\max(Ywa) - \min(Ywa)} \cdot Ywa \quad (21)$$

$$ZSw = \frac{D_d - 2 \cdot es}{\max(Zwa) - \min(Zwa)} \cdot Zwa \quad (22)$$

Macierzowe równania współrzędnych punktów krzywej Béziera będącej połową konturu wzdłużnego zewnętrznej powierzchni żółtka jaja strusiego mają postać (23) i (24).

$$xZ_i = xZ1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + xZ2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + xZ3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + xZ4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \quad (23)$$

$$zZ_i = zZ1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + zZ2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + zZ3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + zZ4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \quad (24)$$

Wyskalowane macierzowe równania współrzędnych XZ , YZ , ZZ punktów węzłowych siatki powierzchni opisującej kształt zewnętrznej powierzchni żółtka jaja strusiego mają postać (25), (26) i (27).

$$XZ = \frac{D_k - 2 \cdot h}{\max(XZa) - \min(XZa)} \cdot XZa \quad (25)$$

$$YZ = \frac{D_k - 2 \cdot h}{\max(YZa) - \min(YZa)} \cdot YZa \quad (26)$$

$$ZZ = \frac{D_d - 2 \cdot h}{\max(ZZa) - \min(ZZa)} \cdot ZZa \quad (27)$$

Macierzowe równania współrzędnych punktów krzywej Béziera będącej połową konturu wzdłużnego powierzchni komory powietrznej jaja strusiego mają postać (28) i (29).

$$xKP_i = xKP1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + xKP2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + xKP3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + xKP4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \quad (28)$$

$$zKP_i = zKP1 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^3 + zKP2 \cdot 3 \cdot \frac{i}{N} \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right]^2 + zKP3 \cdot 3 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{i}{N}\right] + zKP4 \cdot \left[\frac{i}{N}\right]^3 \quad (29)$$

Po dokonaniu obrotu krzywych Béziera macierzowe równania współrzędnych XKP , YKP , ZKP punktów węzłowych siatki powierzchni opisującej kształt powierzchni komory powietrznej jaja strusiego mają postać (30), (31) i (32).

$$XKP = XKPa_{i,j} \quad (30)$$

$$YKP = YKPa_{i,j} \quad (31)$$

$$ZKP = ZKPa_{i,j} \quad (32)$$

W celu weryfikacji dokładności modelu, obliczono na podstawie wzoru (33) długość długiej osi jaja.

$$\max(ZSz) - \min(ZSz) = 155,4 \quad (33)$$

Na podstawie porównania wyników (wzór 33) i wektor (3) się stwierdza, że długość [mm] długiej osi obliczona z modelu i długość długiej osi z pomiaru są takie same. Podobne obliczenia wykonano dla długości krótkiej osi, (34) i (35).

$$\max(XSz) - \min(XSz) = 126,9 \quad (34)$$

$$\max(YSz) - \min(YSz) = 126,9 \quad (35)$$

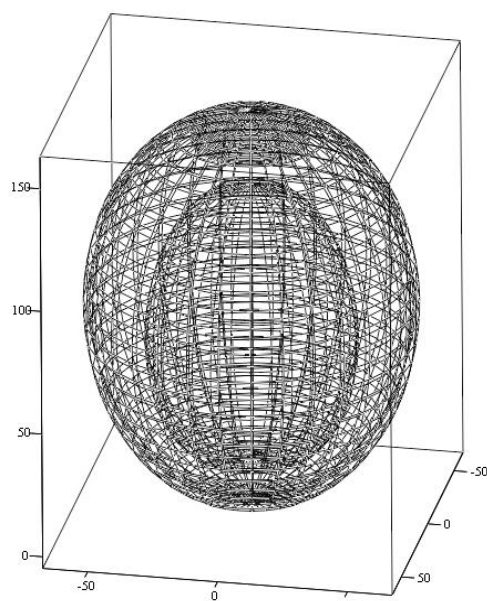
Długość [mm] krótkiej osi obliczona z modelu i długość krótkiej osi z pomiaru są takie same. Na podstawie wzoru (36) obliczono podwójną grubość [mm] skorupy (w jednym i drugim końcu jaja wzdłuż długiej osi).

$$(\max(ZSz) - \min(ZSz)) + (\max(ZSw) - \min(ZSw)) = 4,6 \quad (36)$$

Bryłę jaja (rys. 5) złożono z powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej skorupy, powierzchni zewnętrznej żółtka i powierzchni komory powietrznej.

Grubość skorupy jaja obliczona z modelu i grubość skorupy z pomiaru są takie same. Kształty brył reprezentowane przez modele skorupy, żółtka, komory powietrznej jaja strusiego ograniczone powierzchniami uzyskanymi przez obrót krzywych Béziera są podobne do rzeczywistych elementów morfologicznych jaja. Krzywe Béziera mogą być stosowane do modelowania brył jaj różniących się kształtem i wielkością, ponieważ zapewniają możliwość zmiany współrzędnych punktów węzłowych i kontrolnych. Modele matematyczne

skorupy, żółtka i komory powietrznej mogą służyć do generowania brył 3D podobnych pod względem kształtu i podstawowych wymiarów jaj strusich i mogą być wykorzystywane w inżynierii rolniczej i inżynierii żywności, tam gdzie jest wymagana duża dokładność odwzorowania kształtu.



Rys. 5. Model 3D bryły jaja strusiego

Fig. 5. 3D solid model of the ostrich egg

Wnioski

1. Proponowany współczynnik zaokrąglenia uszczegóławia ocenę zaokrąglenia końców jaja wzdłuż jego długiej osi.
2. Opracowany model matematyczny może służyć do generowania brył 3D podobnych pod względem kształtu i podstawowych wymiarów jaj strusich.
3. W modelu matematycznym zmianę kształtu jaja strusiego uzyskuje się przez zmianę wartości długości osi długiej i krótkiej jaja oraz współrzędnych punktów węzłowych i kontrolnych krzywych Béziera opisujących linie połowy

konturów wzdłużnego przekroju elementów morfologicznych jaja strusiego.

Bibliografia

1. Horbańczuk J. O., Naranowicz H. 2007. *Walory dietetyczne i sytuacja rynkowa strusiego mięsa*. Drób, mięso, wędlina, 2, 16 – 18.
2. Horbańczuk J. O., Celeda T. 1997. *Struś (Struthiocamelus) jako zwierzę użytkowe*. Prace i Materiały Zootechniczne., 51, 9 – 20.
3. Mushi E. Z., Isa J.W., Binta M. G., Kgotlhane M. C. G. 2007. *Physical characteristics of ostrich (Struthiocamelus) eggs from Botswana*. Journal of Animal and Veterinary Advances, 6(5), 676 – 677.
4. Narushin V. G. 1997. *The avian egg: Geometrical description and calculation of parameters*. Journal of Agricultural Engineering Research, 68(3), 201 – 205.
5. Narushin V. G. 2001. *Shape geometry of the avian egg*. Journal of Agricultural Engineering Research, 79(4), 441 – 448.
6. Narushin V. G. 2005. *Production, modeling and education egg geometry calculation using the measurements of length and breadth*. Poultry Science 84, 482 – 484.
7. Nedomová Š., Buchar J. 2013. *Ostrich eggs geometry*. Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis, Volume LXI, 81, Number 3, 735 – 742.
8. Nedomová Š., Severa L., Buchar J. 2009. *Influence of hen egg shape on eggshell compressive strength*. International Agrophysics, 23(3), 249–256.
9. Nedomova S., Trnka J., Buchar J., Stoklasova P. 2013. *Response of the Ostrich Eggshell to Non Destructive Impact*. Advances in Applied Acoustics (AIAA), 2(2), 71 – 76.
10. Rizzi R., Erba M., Giuliani M. G., Cerolini S., Cerutti F. 2002. *Variability of Ostrich Egg Production on a Farm in Northern Italy*. Poultry Science Association, Inc., 332 – 337.
11. Romanoff, A. L., Romanoff A. J. 1949. *The avian Egg*. New York: John Wiley & Sons.

Leszek Mieszkalski

Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: leszek.mieszkalski@sggw.pl